

Modelling - 'State of the future'

Henrik Madsen

DTU Informatics

26. maj, 2011

Baggrund

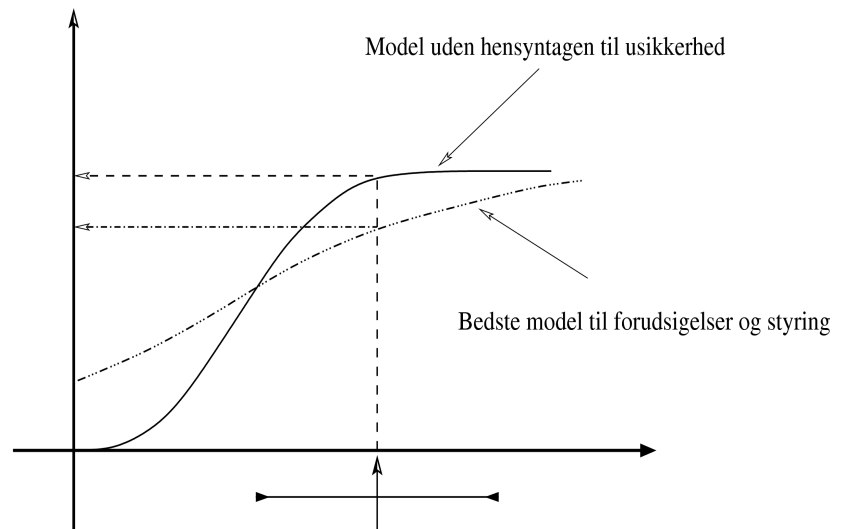
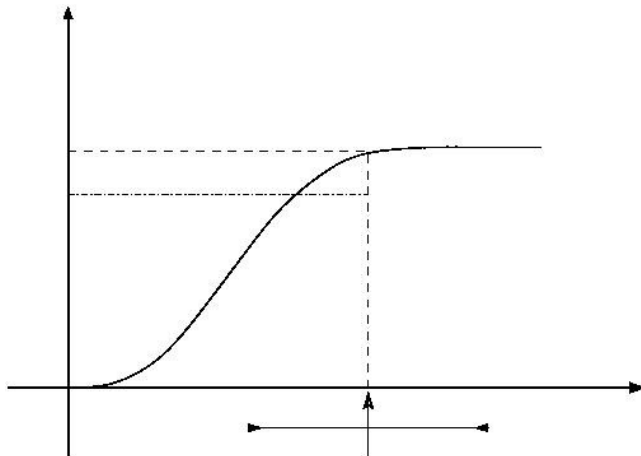
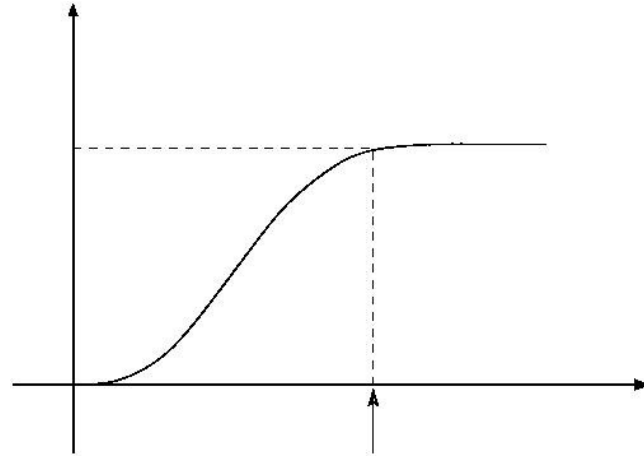
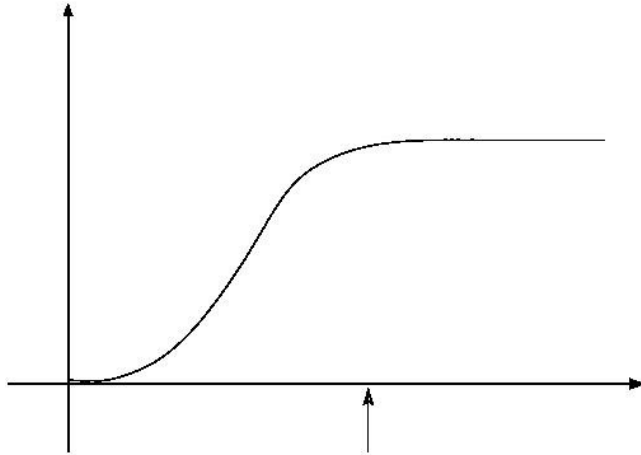
- Stigende fokus på sikker drift af afløbssystemer – dvs maximal sikkerhed for overløb, slamflugt mv.
- Målingerne (eksempelvis regnmålinger) er behæftet med stor usikkerhed
- Modeller skal optimeres til at beskrive usikkerheder
- Moderne prædiktionsbaseret styring kræver specifikation af usikkerheder
- Modeller til simulation er ofte ikke velegnede til prædiktion og styring

Eksempler på formål med prædiktation og styring ..

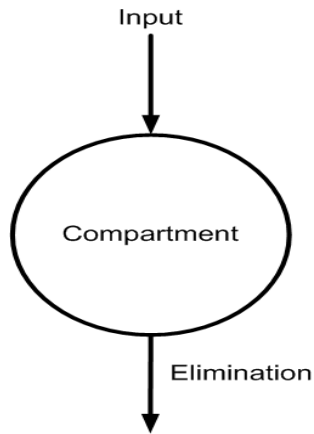


- At minimere sandsynligheden for overløb
- At minimere sandsynligheden for slamflugt
- At minimere de forventede omkostninger – ved eksempelvis at øge rensningen når strømmen er billig

Modeller og forudsigelser



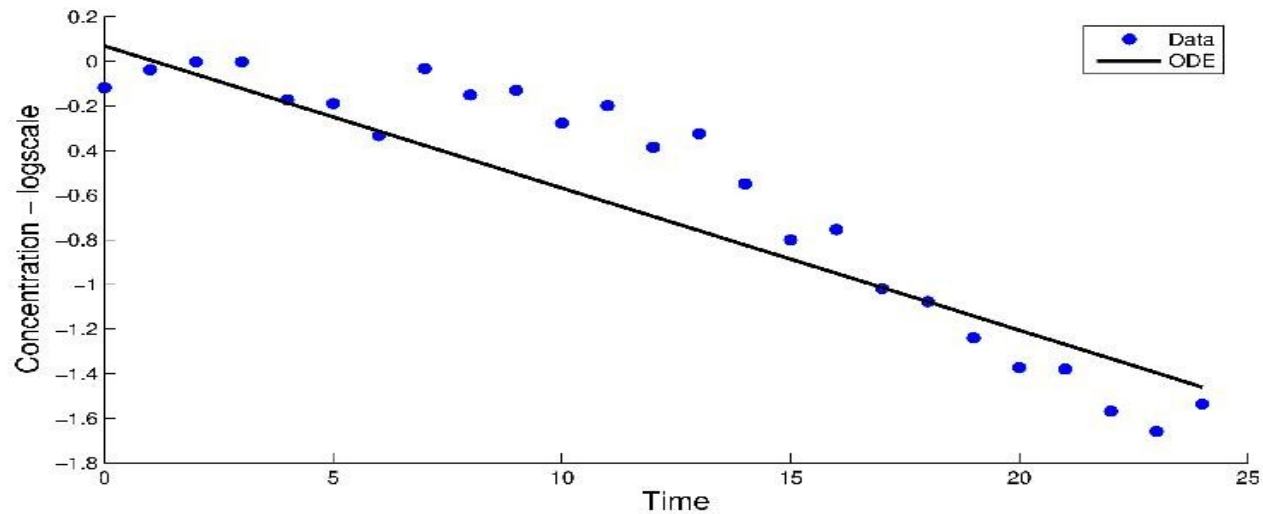
Traditionel dynamisk model



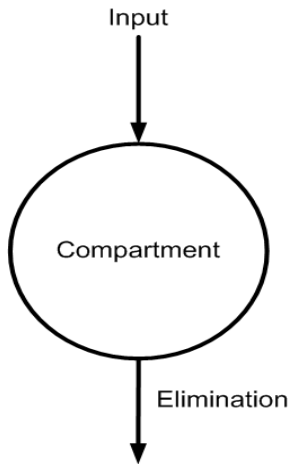
- Alm. differentiaaligning:

$$dA = -KA dt$$

$$Y = A + \epsilon$$



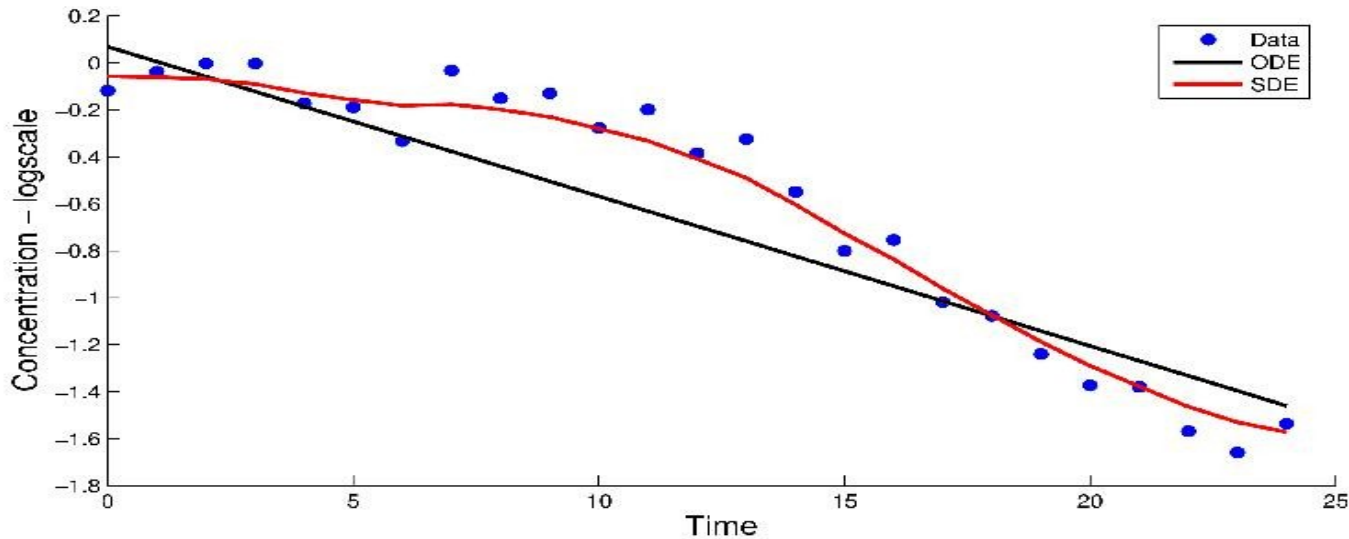
Stokastisk dynamisk model - dvs model med usikkerhedsbeskr.



• Stokastisk differentiallyigning

$$dA = -KA dt + \sigma dw$$

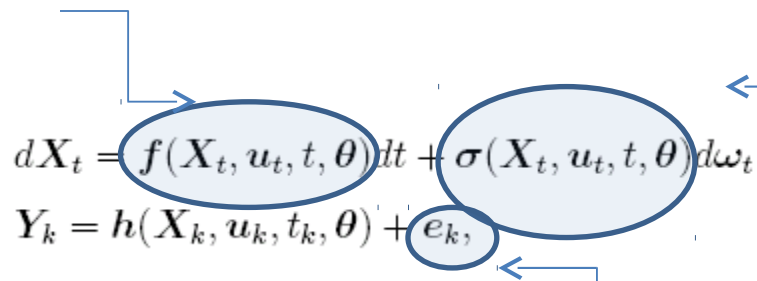
$$Y = A + e$$



Grey box model

Drifts
led

$$dX_t = f(X_t, u_t, t, \theta)dt + \sigma(X_t, u_t, t, \theta)d\omega_t$$

$$Y_k = h(X_k, u_k, t_k, \theta) + e_k$$


Diffusions
led

System ligning

Observations ligning

Observations
usikkerhed

Notation:

X_t : State variables

u_t : Input variables

θ : Parameters

Y_k : Output variables

t : Time

ω_t : Standard Wiener process

e_k : White noise process with $N(0, S)$

Grey Box Modeller

Brug af grey box modeller giver mulighed for

- Beskrivelse af usikkerheden gennem
 - ◆ Måleusikkerhed
 - ◆ Model usikkerhed grundet modelapproximation, dårlige input målinger, mv.
- Anvendelse af en række modelværktøjer til
 - ◆ Identifikation af manglende beskrivelser i modellen
 - ◆ Identifikation af modelorden
 - ◆ Validering af modellen

Grey box modeller

Grey Box modeller er velegnede til ...

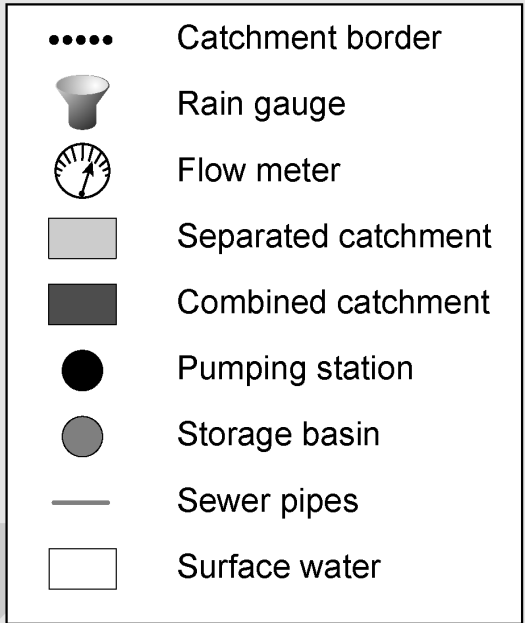
- ◆ Ettrins forudsigelser
 - ◆ K-trins forudsigelser
 - ◆ Simulation
 - ◆ Modelprædiktiv kontrol
 - ◆ ...
- **Giver også værktøjer til at:**
 - ◆ Beskrive tidsvariation af parametre (t.ex. Fordampningskoefficient, vandindhold i jorden, ..)
 - ◆ Estimation af optimal overflademodel
 - ◆ Estimere forholdet mellem arealer med hurtig og langsom afstrømning

Grey Box Modelling

- Bygger bro mellem fysisk og statistisk modellering
- Indeholder metoder til modelvalidering valg af bedste model
- Giver metoder til en beskrivelse af usikkerheder, som betyder at den samme model kan bruges til **k-trins forudsigelser** og **styring**.
- Vi vil fokusere på specifikationen af usikkerheden (og primært vise ret simple modeller)

Ballerup opland

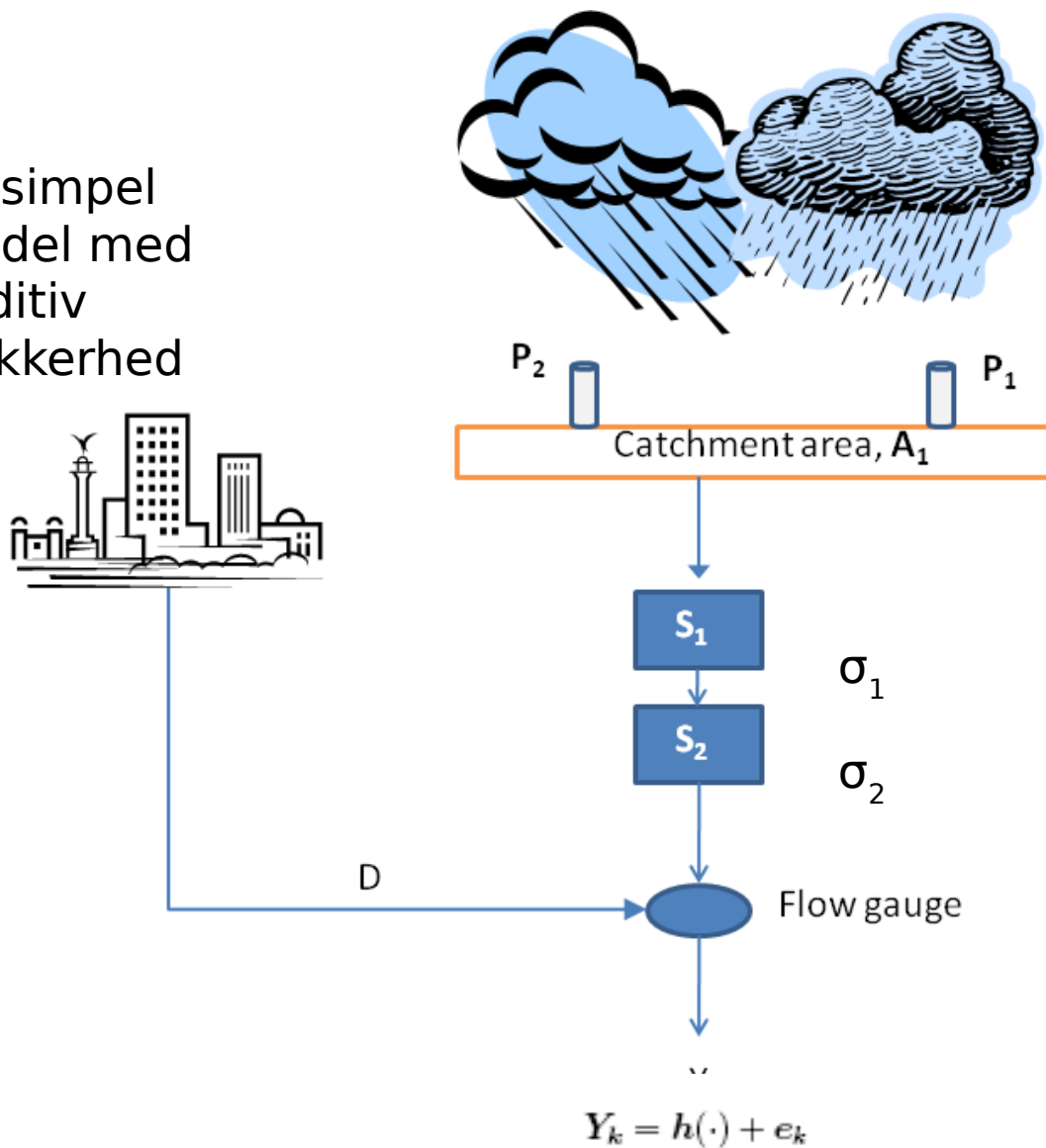
P316



P321



En simpel
model med
additiv
usikkerhed



Grey box model formulating; additive uncertainty description

Model 1 can then be written:

$$d \begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha A_1 P_{1,t} + (1 - \alpha) A_1 P_{2,t} - \frac{2}{K_1} S_{1,t} \\ \frac{2}{K_1} S_{1,t} - \frac{2}{K_1} S_{2,t} \end{bmatrix} dt + \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} d\omega_t,$$

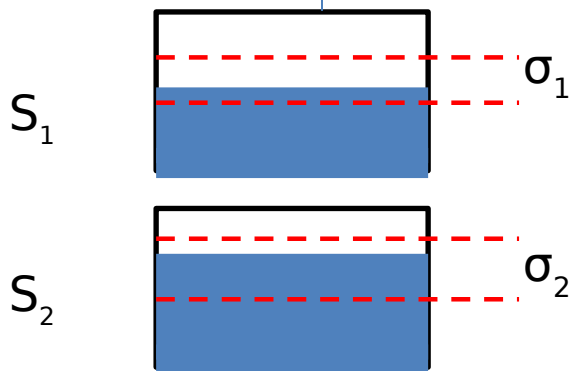
Additive diffusion uncertainty

$$\log(y_k) = \log \left(\frac{2}{K} S_{2,k} + D_k \right) + e_k.$$

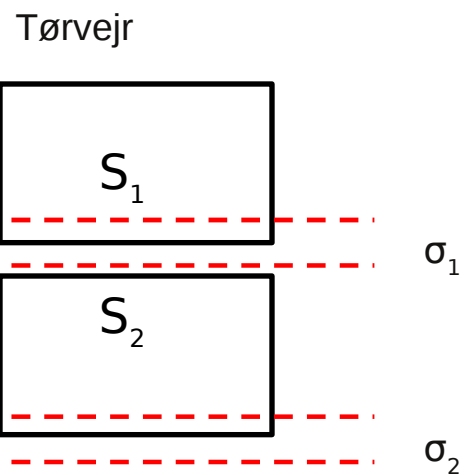
Additive observations uncertainty

$$D_t = a_0 + \sum_{i=1}^2 \left(s_i \sin \frac{i2\pi t}{L} + c_i \cos \frac{i2\pi t}{L} \right),$$

A_1 :	Effective Catchment Area
P_1 :	Rain gauge 1
P_2 :	Rain gauge 2
S_1 :	State 1
S_2 :	State 2
K_1 :	Time constant
α :	Weighting parameter
D :	Total wastewater flow
a_0 :	Average wastewater flow
s_1, s_2, c_1, c_2 :	Wastewater parameters
t :	time
L :	24 hours
σ_1 :	Std.dev. State 1
σ_2 :	Std.dev. State 2
e_k :	white noise process with $N(0, S)$

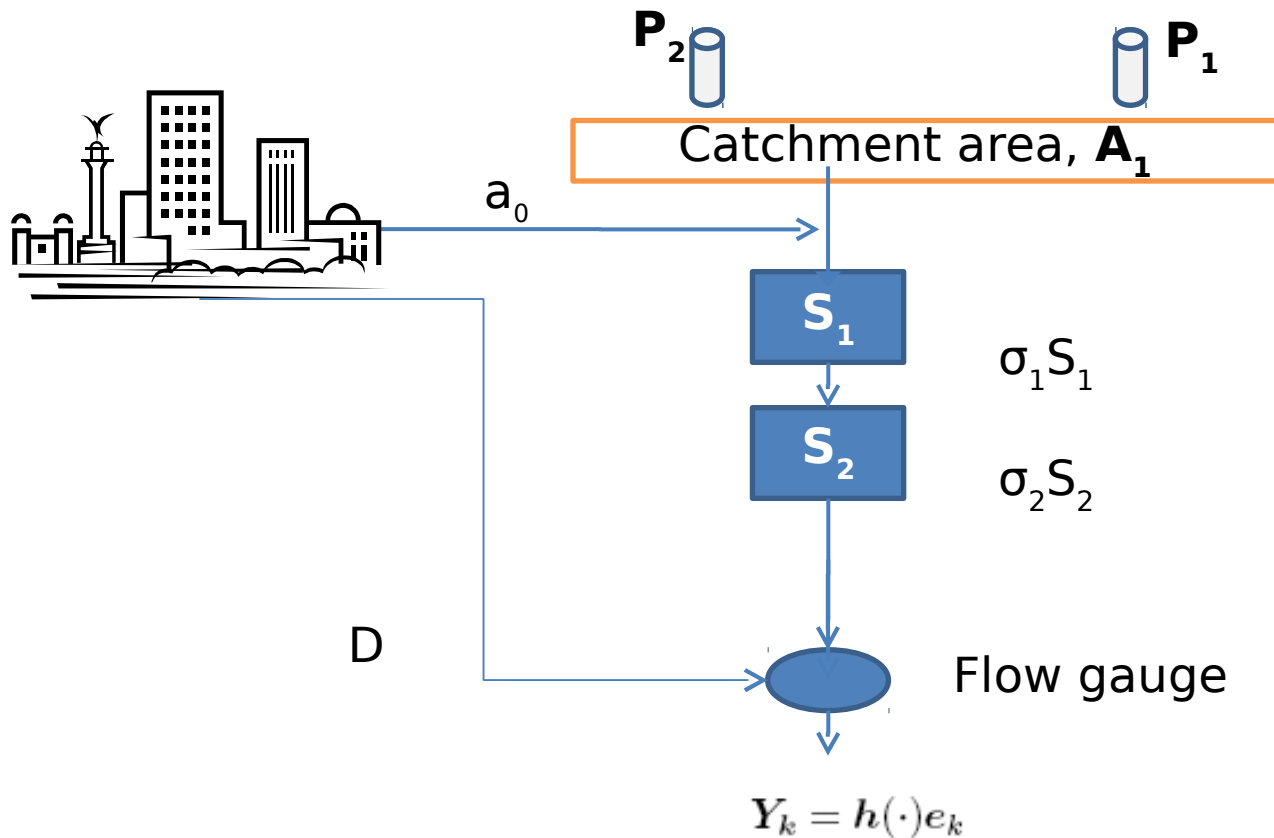


System usikkerhed fra regnvejr vil også være gældende i tørvejr



Risiko for negative tilstande!
Ikke korrekt!

Forslag til bedre usikkerhedsbeskrivelse



Grey box model formulation, multiplicative uncertainty description

Wastewater sent to the basins

Multiplicative diffusions usikkerhed

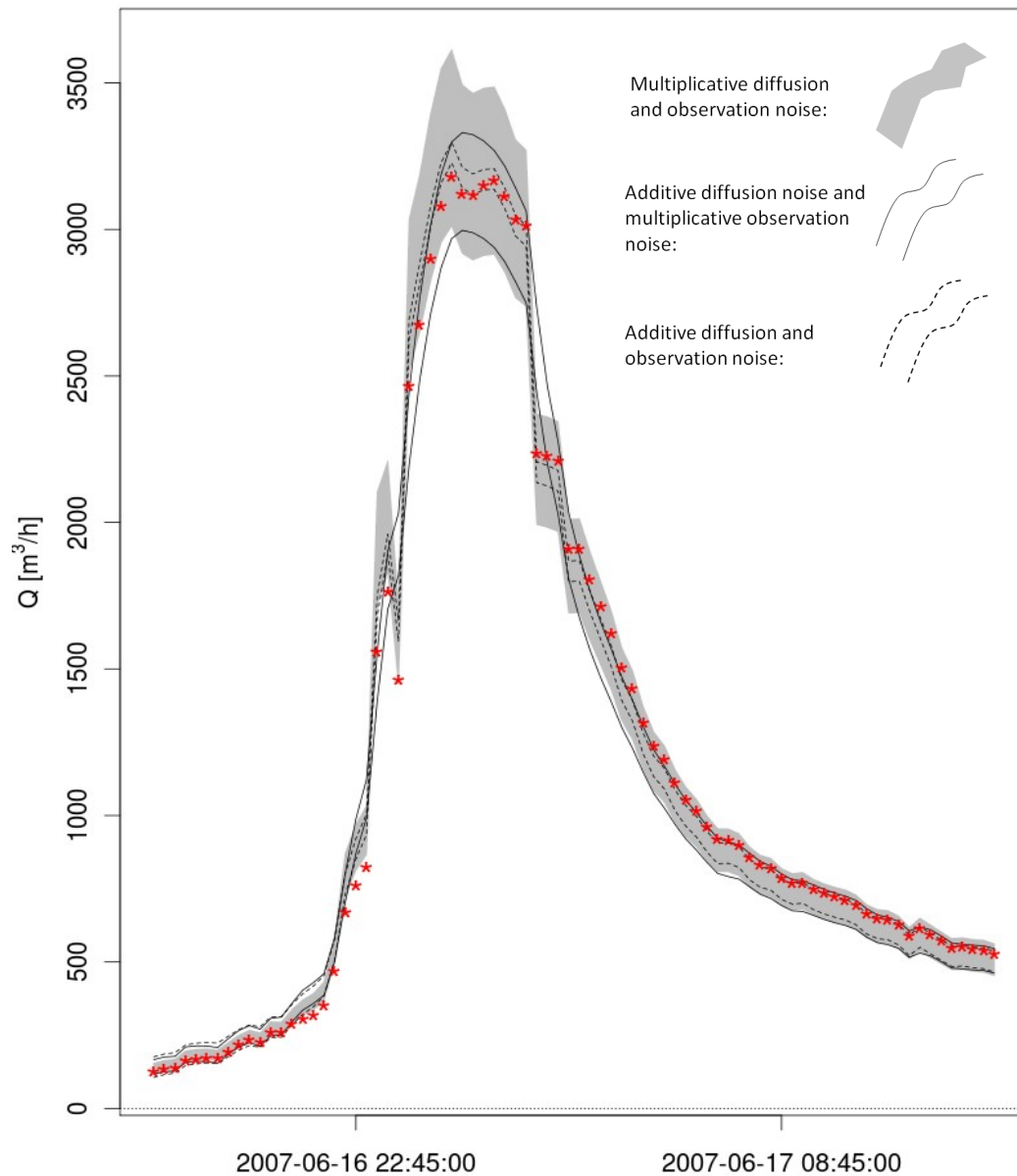
$$d \begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha A_1 P_{1,t} + (1 - \alpha) A_1 P_{2,t} + a_0 - \frac{2}{K_1} S_{1,t} \\ \frac{2}{K_1} S_{1,t} - \frac{2}{K_2} S_{2,t} \end{bmatrix} dt + \begin{bmatrix} \sigma_1 S_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 S_2 \end{bmatrix} d\omega_t,$$

$$\log(y_k) = \log\left(\frac{2}{K_1} S_{2,k} + D_k\right) + e_k.$$

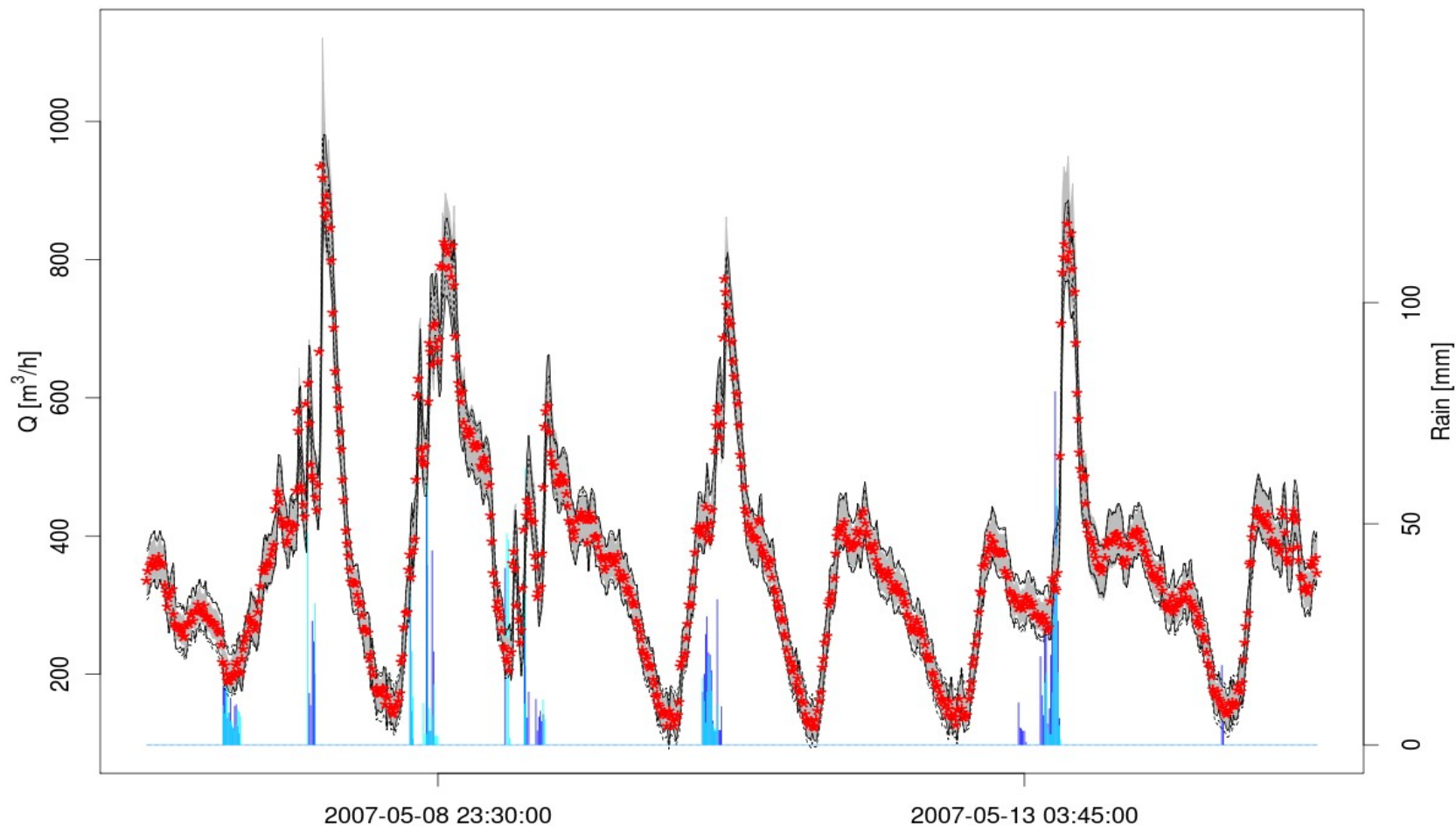
Multiplicative observations usikkerhed opnået ved log-transformation

$$D_t = \sum_{i=1}^2 \left(s_i \sin \frac{i2\pi t}{L} + c_i \cos \frac{i2\pi t}{L} \right)$$

Sammenligning af 95% flow prædiktions-Intervaller ved forskellige modeller for usikkerheden

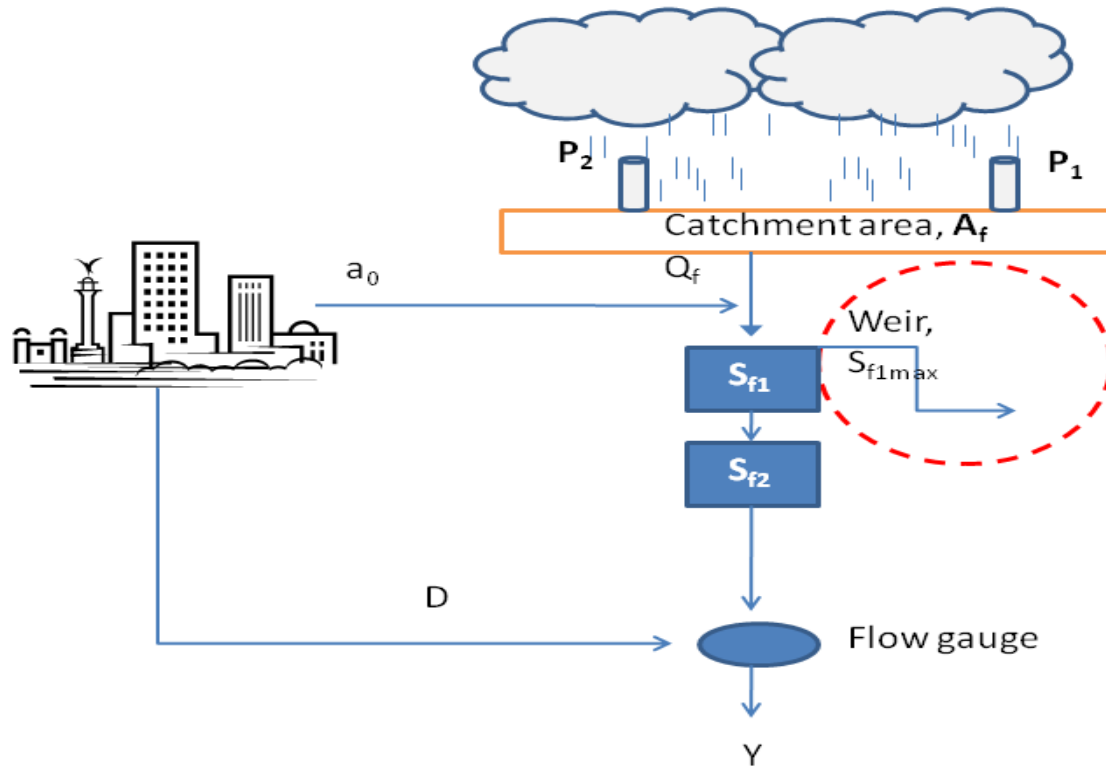


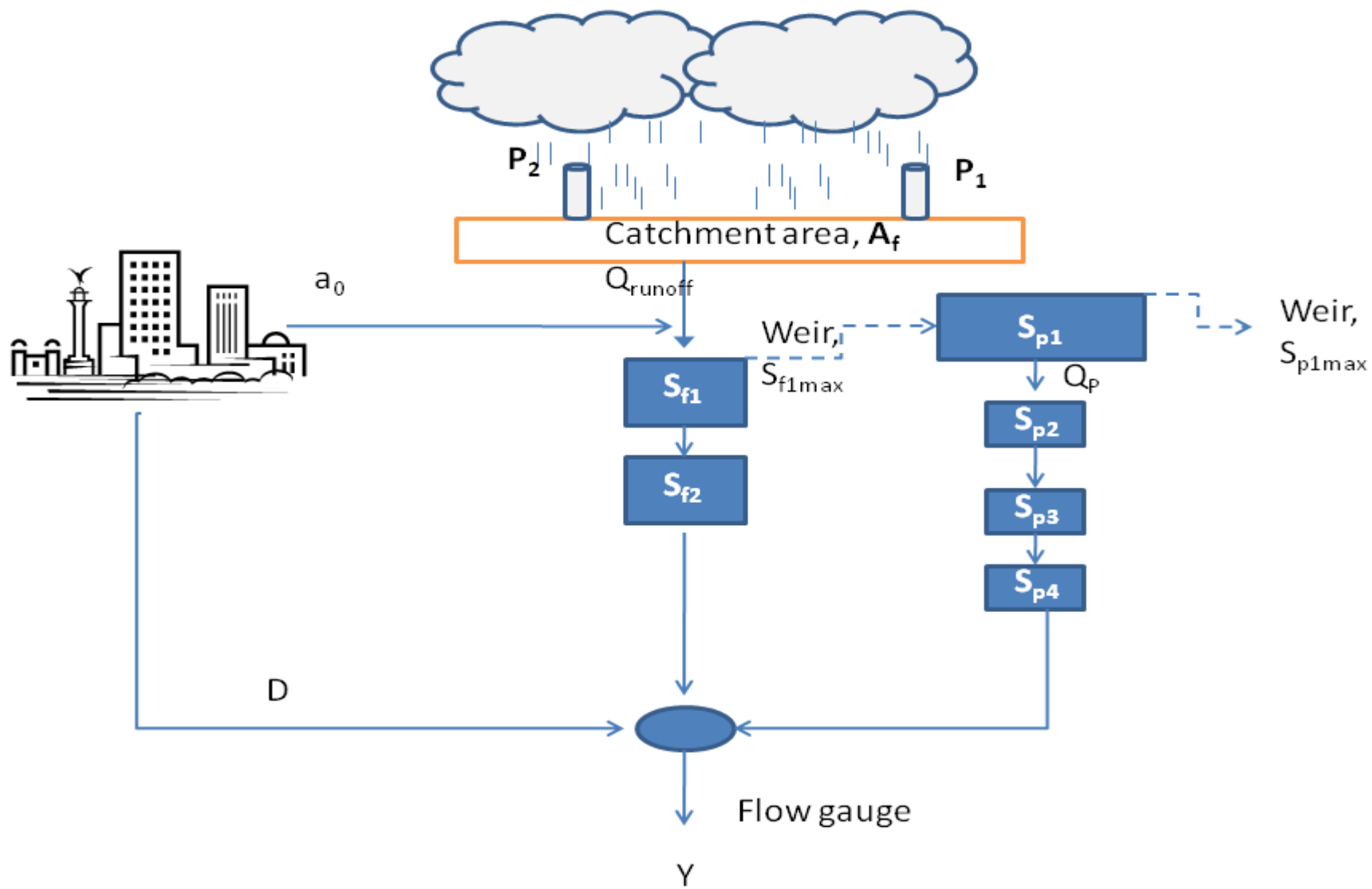
Forecasts for a longer period

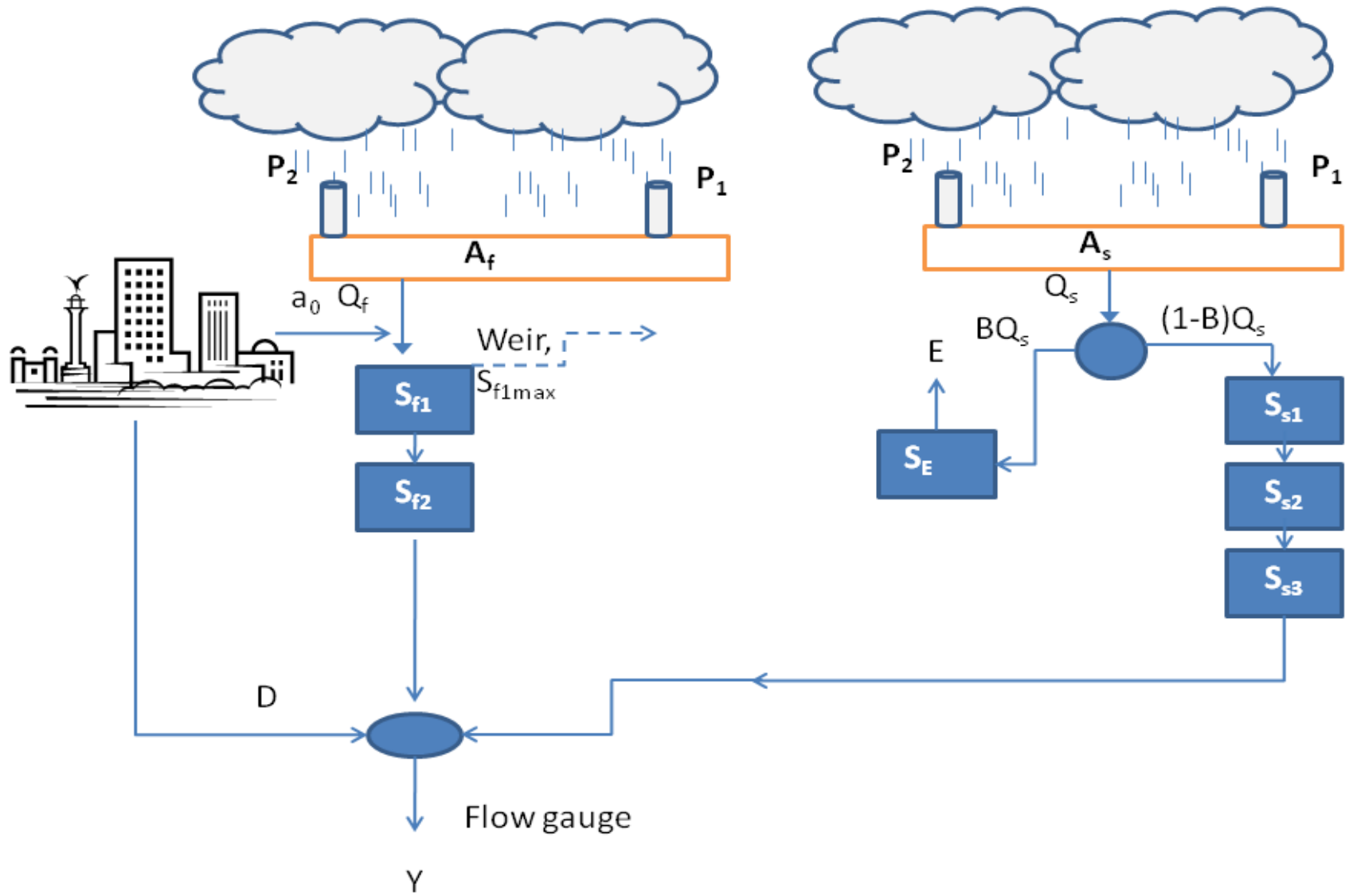


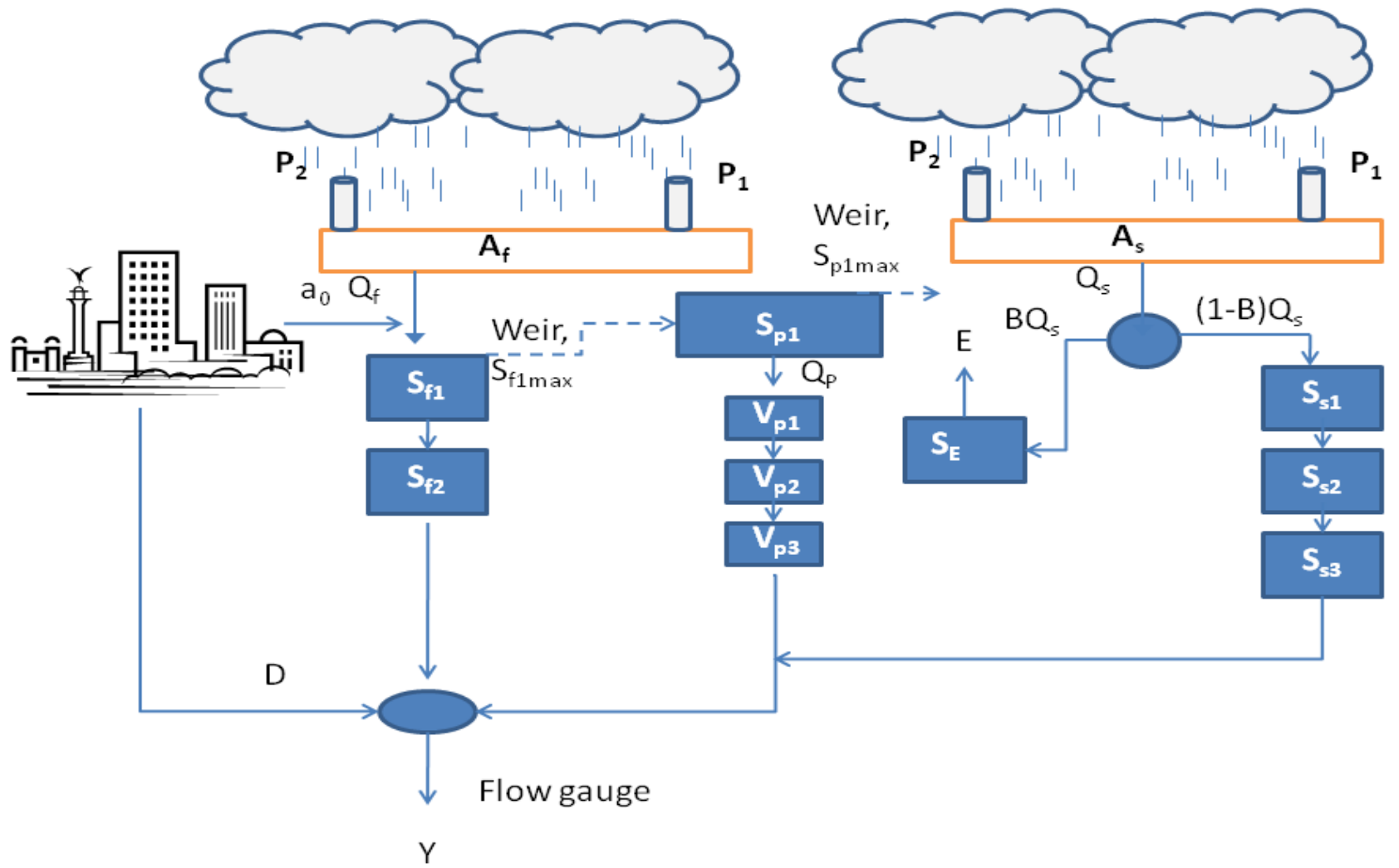
Model udvidelse med overløb

Model 1b
expansion









Statistiske test viser at model 4 er den bedste

Table 2. Model Comparison

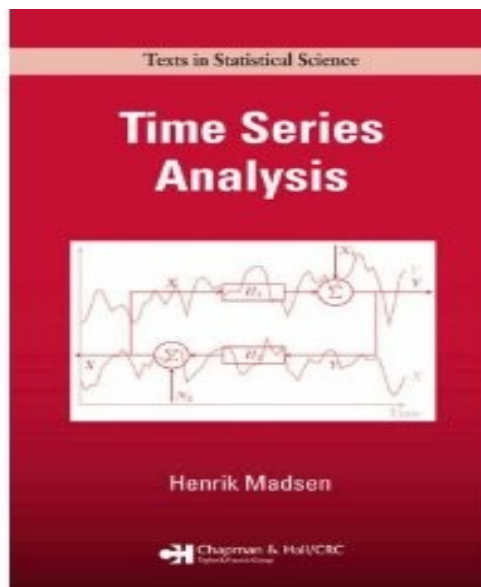
	$\log(L)$	DF	AIC	BIC
Model 1a	9,864	11	-19,706	-19,629
Model 1b	9,874	12	-19,724	-19,639
Model 1c	9,876	11	-19,730	-19,653
Model 2	9,843	6	-19,674	-19,632
Model 3	9,981	13	-19,936	-19,844
Model 4	10,002	16	-19,972	-19,859

Konklusion

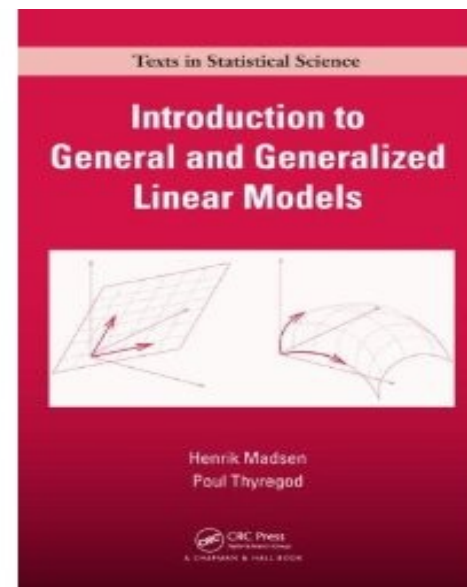
- Simulationsmodeller er ikke velegnede til prædiktion og styring
- Vigtigt at beskrive usikkerhede – og at gøre det korrekt – eksempelvis gennem SDE'er
- Grey Box metoder til modelbygning er illustreret
- Giver parametre som umiddelbart har fysisk betydning
- Vi kan eksempelvis let estimere det forholdet mellem arealer med langsom og hurtig afstrømning
- Mulighed for kombination af MET input, input fra klassiske målere og radar målinger

SWI sommerskole på DTU om Grey Box Modelling

- 8 - 13 august på DTU Informatics
- 5 ECTS (Forudsat der laves en lille artikel)
- Roland Löwe, Henrik Madsen (DTU); Torben Knudsen (AUC)
- Indhold
 - Tidsrækkeanalyse
 - Kombineret fysisk og statistisk modellering
 - Specifikation af usikkerhed
 - Brug af meteorologiske forudsigelser i afløbssystemer
 - Brug af vejrradarsystemer i afløbssystemer
 - Modelbygning - incl. software
 - Model evaluering
 - Forudsigelser, simulation og styring



2008



2010

Bøger der anvendes ved sommerskolen

- Tak til
 - Anders Breinholt
 - Roland Löwe
 - Morten Grum
 - Peter Steen Mikkelsen